

**Контрольная работа для проведения вступительных испытаний
по учебному предмету «Математика» при приёме лиц в X класс для получения общего
среднего образования в государственном учреждении образования
«Минское областное кадетское училище»**

Вариант 1

1. Какие из указанных последовательностей являются арифметической прогрессией?

- 1) 23; 25; 27; 29; ...
- 2) 1; 3; 6; 10; ...
- 3) 2; 4; 8; 16; ...
- 4) -12; -15; 18; -21; ...

2. В треугольнике МНК $\angle H = 90^\circ$, $MK = 24$ см, $\sin M = \frac{3}{8}$. Найдите:

- а) длину катета КН;
- б) длину катета MN

3. Решите неравенство:

- а) $(x - 3)(x + 7)(x + 5) < 0$;
- б) $\frac{(x-8)^2}{(13-2x)(3x+1)} \leq 0$.

4. Стороны треугольника равны 12 см, 16 см и 20 см. Найдите:

- а) радиус вписанной окружности;
- б) радиус описанной окружности.

5. Решите систему
$$\begin{cases} (3x + y)^2 - 3(3x + y) + 2 = 0 \\ 3x - 6xy + y = 8 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Какие из указанных последовательностей являются арифметической прогрессией?

- 1) 23; -25; 27; -29; ...
- 2) 1; -3; -7; -11; ...
- 3) 1; 1; 2; 3; 5; ...
- 4) -1; -15; -11; -21; ...

2. В треугольнике МНК $\angle H = 90^\circ$, $MK = 15$ см, $\cos M = \frac{3}{5}$. Найдите:

- а) длину катета КН;
- б) длину катета MN

3. Решите неравенство:

- а) $(x - 4)(x + 7)(x + 2) < 0$;
- б) $\frac{(x-8)^2}{(13-2x)(3x+1)} \leq 0$.

4. Стороны треугольника равны 24 см, 26 см и 10 см. Найдите:

- а) радиус вписанной окружности;
- б) радиус описанной окружности.

5. Решите систему
$$\begin{cases} (2x + y)^2 - 4(2x + y) + 3 = 0 \\ 2x - 6xy + y = -3 \end{cases}$$

**Кантрольная работа для правядзення ўступных іспытаў
па вучэбным прадмеце “Матэматыка” пры прыёме асб у X клас
для атрымання агульнай сярэдняй адукацыі ў дзяржаўнай ўстанове адукацыі
“Мінскае абласное кадэцкае вычылішча”**

Вариант 1

- 1.** Якія за паказаных паслядоўнасцяў з’яўляюцца арыфметычнай прогрэсіяй?
- 1) 23; 25; 27; 29; ...
 - 2) 1; 3; 6; 10; ...
 - 3) 2; 4; 8; 16; ...
 - 4) -12; -15; 18; -21; ...
- 2.** У трохвугольніку $\triangle MNK$ $\angle N = 90^\circ$, $MK = 24$ см, $\sin M = \frac{3}{8}$. Знайдзіце:
- а) даўжыню катэта KN ;
 - б) даўжыню катэта MN
- 3.** Рашыце няроўнасць:
- а) $(x - 3)(x + 7)(x + 5) < 0$;
 - б) $\frac{(x-8)^2}{(13-2x)(3x+1)} \leq 0$.
- 4.** Стораны трохвугольніка роўны 12 см, 16 см і 20 см. Знайдзіце:
- а) радыус упісанай акружнасці;
 - б) радыус апісанай акружнасці.
- 5.** Рашыце сістэму ўраўненняў
$$\begin{cases} (3x + y)^2 - 3(3x + y) + 2 = 0 \\ 3x - 6xy + y = 8 \end{cases}$$

Вариант 2

- 1.** Якія за паказаных паслядоўнасцяў з’яўляюцца арыфметычнай прогрэсіяй?
- 1) 23; -25; 27; -29; ...
 - 2) 1; -3; -7; -11; ...
 - 3) 1; 1; 2; 3; 5; ...
 - 4) -1; -15; -11; -21; ...
- 2.** У трохвугольніку $\triangle MNK$ $\angle N = 90^\circ$, $MK = 15$ см, $\cos M = \frac{3}{5}$. Знайдзіце:
- а) даўжыню катэта KN ;
 - б) даўжыню катэта MN
- 3.** Рашыце няроўнасць:
- а) $(x - 4)(x + 7)(x + 2) < 0$;
 - б) $\frac{(x-8)^2}{(13-2x)(3x+1)} \leq 0$.
- 4.** Стораны трохвугольніка роўны 24 см, 26 см і 10 см. Знайдзіце:
- а) радыус упісанай акружнасці;
 - б) радыус апісанай акружнасці..
- 5.** Рашыце сістэму ўраўненняў
$$\begin{cases} (2x + y)^2 - 4(2x + y) + 3 = 0 \\ 2x - 6xy + y = -3 \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ:

Вариант 1

1. Какие из указанных последовательностей являются арифметической прогрессией?

- 1) 23; 25; 27; 29;...
- 2) 1; 3; 6; 10;...
- 3) 2; 4; 8; 16;...
- 4) -12; -15; -18; -21;...

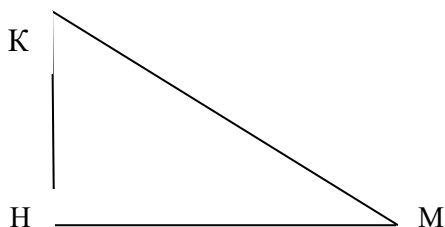
Ответ: 1) 23; 25; 27; 29;... 4) -12; -15; -18; -21;...

2. В треугольнике МНК $\angle H = 90^\circ$, $МК=24$ см, $\sin M = \frac{3}{8}$. Найдите :

а) длину катета КН;

б) длину катета МН.

Решение:



$$\sin M = \frac{KH}{KM}, KH = KM \cdot \sin M, KH = 24 \cdot \frac{3}{8}, KH = 9 \text{ (см)}.$$

По теореме Пифагора: $MH^2 = KM^2 - KH^2$,

$$MH^2 = 24^2 - 9^2 = (24-9)(24+9) = 15 \cdot 33.$$

$$MH = 3\sqrt{55} \text{ (см)}.$$

Ответ: а) 9 см; б) $3\sqrt{55}$ см.

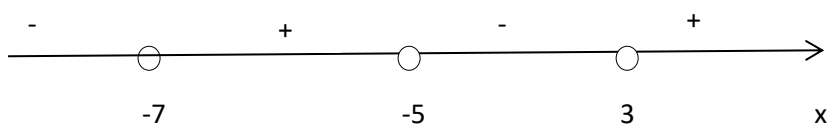
3. Решите неравенство:

а) $(x - 3)(x + 7)(x + 5) < 0$;

б) $\frac{(x-8)^2}{(13-2x)(3x+1)} \leq 0$.

Решение: а) 1) Нули: $x = 3$; $x = -7$; $x = -5$.

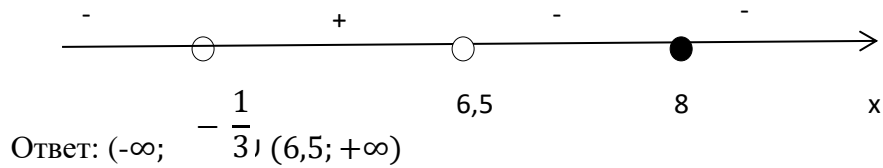
2) Определение промежутков знакопостоянства:



Ответ: $(-\infty; -7) \cup (-5; 3)$

Решение: б) 1) Нули и точки, в которых выражение не определено: $x = 8$ (нуль четной кратности); $x = 6,5$; $x = -\frac{1}{3}$.

2) Определение промежутков знакопостоянства:



4. Стороны треугольника равны 12 см, 16 см, 20 см. Найдите:

а) радиус вписанной окружности;

б) радиус описанной окружности.

Решение: Стороны треугольника образуют Пифагорову тройку: $3 \cdot 4$; $4 \cdot 4$; $5 \cdot 4$, т. е. он является прямоугольным. Тогда радиус описанной окружности равен половине гипотенузы: $R = 10$ см. Радиус вписанной окружности найдется по формуле: $r = \frac{a+b-c}{2}$.
 $r = \frac{16+12-20}{2} = 4$ см.

Ответ: а) 4 см; б) 10 см.

5. Решите систему
$$\begin{cases} (3x + y)^2 - 3(3x + y) + 2 = 0, \\ 3x - 6xy + y = 8. \end{cases}$$

Пусть $3x + y = p$. Запишем первое уравнение системы в новой переменной и решим его: $p^2 - 3p + 2 = 0$

$$\begin{cases} p = 1, \\ p = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 1, \\ p = 2, \\ p - 6xy = 8; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 1, \\ 1 - 6xy = 8; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ 6xy = -7; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ 6x(1 - 3x) = -7; \\ y = 2 - 3x, \\ 6xy = -6; \\ x(2 - 3x) = -1; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ 6x - 18x^2 = -7; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ 18x^2 - 6x - 7 = 0; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x, \\ 2x - 3x^2 = -1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x, \\ 3x^2 - 2x - 1 = 0; \end{cases}$$

Найдем корни квадратных уравнений в каждой системе совокупности:

$$18x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{15}}{6}, \\ x = \frac{1-\sqrt{15}}{6}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ x = -\frac{1}{3}; \end{cases}$$

Вернемся к совокупности:

$$\left[\begin{cases} y = 1 - 3x, \\ \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{15}}{6}, \\ x = \frac{1-\sqrt{15}}{6}; \end{cases} \\ y = 2 - 3x, \\ \begin{cases} x = 1, \\ x = -\frac{1}{3}; \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{15}}{6}, \\ y = \frac{1-\sqrt{15}}{2}; \\ x = \frac{1-\sqrt{15}}{6}, \\ y = \frac{1+\sqrt{15}}{2}; \\ \begin{cases} x = 1, \\ y = -1; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\frac{1}{3}, \\ y = 3. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{1+\sqrt{15}}{6}; \frac{1-\sqrt{15}}{2}), (\frac{1-\sqrt{15}}{6}; \frac{1+\sqrt{15}}{2}), (1; -1), (-\frac{1}{3}; 3)$.

Вариант 2

1. Какие из указанных последовательностей являются арифметической прогрессией?

- 5) 23; -25; 27; -29;...
- 6) 1; -3; -7; -11;...
- 7) 1; 1; 2; 3; 5;...
- 8) -1; -15; -11; -21;...

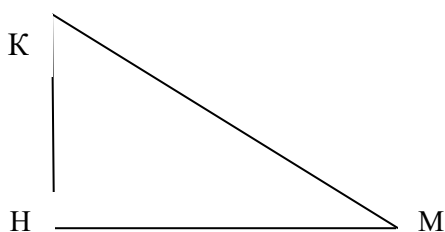
Ответ: 2) 1; -3; -7; -11;...

В треугольнике МНК $\angle H = 90^\circ$, $MK=15$ см, $\cos M = \frac{3}{5}$. Найдите :

а) длину катета КН;

б) длину катета МН.

Решение:



$$\cos M = \frac{MH}{KM}, MH = KM \cdot \cos M, MH = 15 \cdot \frac{3}{5}, MH = 9 \text{ (см)}.$$

По теореме Пифагора: $KH^2 = KM^2 - MH^2$,

$$KH^2 = 15^2 - 9^2 = (15-9)(15+9) = 6 \cdot 24.$$

$$KH = 12 \text{ (см)}.$$

Ответ: а) 12 см; б) 9 см.

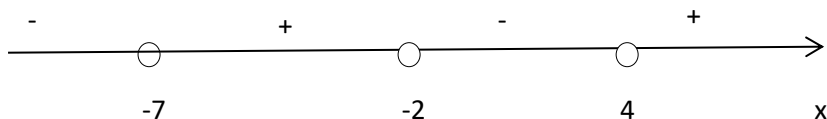
2. Решите неравенство:

а) $(x - 4)(x + 7)(x + 2) < 0$;

б) $\frac{(x-8)^2}{(13-2x)(3x+1)} \leq 0$.

Решение: а) 1) Нули: $x = 4$; $x = -7$; $x = -2$.

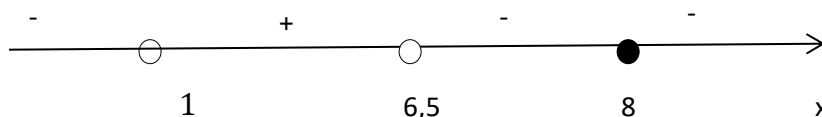
2) Определение промежутков знакопостоянства:



Ответ: $(-\infty; -7) \cup (-2; 4)$

Решение: б) 1) Нули и точки, в которых выражение не определено: $x = 8$ (нуль четной кратности); $x = 6,5$; $x = \frac{1}{3}$.

2) Определение промежутков знакопостоянства:



Ответ: $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (6,5; +\infty)$

3. Стороны треугольника равны 24 см, 26 см, 10 см. Найдите:

а) радиус вписанной окружности;

б) радиус описанной окружности.

Решение: Стороны треугольника образуют Пифагорову тройку: $5 \cdot 2$; $12 \cdot 2$; $13 \cdot 2$, т. е. он является прямоугольным. Тогда радиус описанной окружности равен половине гипотенузы: $R = 13$ см. Радиус вписанной окружности найдем по формуле: $r = \frac{a+b-c}{2}$.
 $r = \frac{10+24-26}{2} = 4$ см.

Ответ: а) 4 см; б) 13 см.

4. Решите систему $\begin{cases} (2x + y)^2 - 4(2x + y) + 3 = 0, \\ 2x - 6xy + y = -3. \end{cases}$

Пусть $2x + y = p$. Запишем первое уравнение системы в новой переменной и решим его: $p^2 - 4p + 3 = 0$

$$\begin{cases} p = 1, \\ p = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 1, \\ p = 3, \\ p - 6xy = -3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 1, \\ 1 - 6xy = -3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 6xy = 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 6x(1 - 2x) = 4; \\ y = 3 - 2x, \\ 6xy = 6; \\ x(3 - 2x) = 1; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 6x - 12x^2 = 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 6x^2 - 3x + 2 = 0; \\ y = 3 - 2x, \\ 3x - 2x^2 = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0; \end{cases}$$

Найдем корни квадратных уравнений в каждой системе совокупности:

$$6x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 48 = -39,$$

$$\begin{cases} x = 1. \\ x = \frac{1}{2}; \end{cases}$$

т. е. нет корней

$$\text{Вернемся к основному решению: } \begin{cases} y = 3 - 2x, \\ \begin{cases} x = 1, \\ x = \frac{1}{2}; \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = 1; \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{1}{2}, \\ y = 2. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(1; 1), (\frac{1}{2}; 2)$.